PERCORSO DIDATTICO SULL'AREA

per le ultime classi della scuola primaria

Ivan Casaglia, Monica Falleri, Mariangela Larini,
Antonella Martinucci, Rossana Nencini, Elena Scubla, Sandra Taccetti

Il percorso didattico che presentiamo si propone di introdurre il concetto di area come misura dell'estensione di una figura, e di condurre i bambini alla scoperta delle formule per calcolare l'area delle figure geometriche più semplici (rettangoli, quadrati, parallelogrammi, rombi e triangoli). Esso può essere proposto alla fine della quarta classe o all'inizio della quinta.

Nel percorso si possono individuare tre fasi principali.

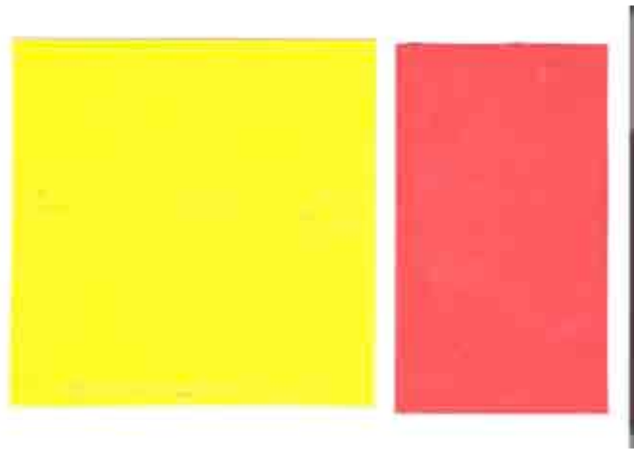
La prima di queste è dedicata alla costruzione del concetto di *estensione* di una figura geometrica del piano, a partire dall'esigenza di confrontare tra loro due figure di cui si forniscono dei modelli. In questa prima parte si è avuto un particolare riguardo per uno degli aspetti più problematici dell'insegnamento della geometria nella scuola primaria: la confusione che molti bambini fanno tra la misura, o il calcolo, del perimetro di una figura e quello della sua area. Fin dall'inizio proponiamo ai bambini, nel confronto tra due figure geometriche, di esplorare delle situazioni che li conducano a capire che misurare la lunghezza del *contorno* di quelle figure non serve per stabilire quale delle due abbia l'*interno* maggiore.

La seconda fase riguarda la costruzione del concetto di area come *misura* dell'estensione di una figura. Questa misura viene effettuata, in concreto, ricorrendo a tassellature proposte dai bambini che sfruttano, dapprima, una figura campione e successivamente le unità di misura convenzionali, con i loro multipli e sottomultipli.

Nella terza fase i bambini vengono infine condotti a scoprire la formula per calcolare l'area di un rettangolo e poi quella per i parallelogrammi e per i triangoli, attraverso trasformazioni, da loro scoperte, che riconducono la determinazione dell'estensione di quelle figure a quella di un opportuno rettangolo.

In questo percorso i bambini devono utilizzare molte delle conoscenze acquisite in altri percorsi dedicati alla geometria e alla misura e, a sua volta, il percorso offre importanti occasioni per ripensare o approfondire lo studio delle figure geometriche e la loro costruzione. Ciò che ci preme sottolineare di questo percorso non è tanto l'aspetto dei contenuti, o la modalità di presentarli, quanto il fatto che, seguendo le tappe che abbiamo sperimentato, i bambini possano contribuire alla costruzione dei concetti fondamentali che si incontrano, e provare il piacere della scoperta di quelle proprietà che le usuali proposte didattiche forniscono come già preconfezionate.

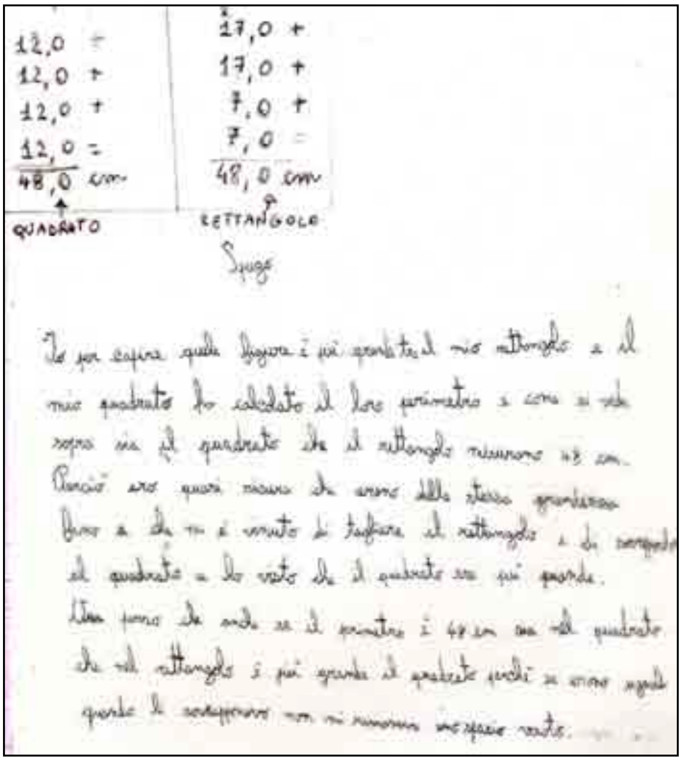
1. Consegnate ad ogni alunno una coppia di figure isoperimetriche: un quadrato e un rettangolo.



Le due figure dovranno essere opportunamente ritagliate su cartoncino colorato avendo cura di scegliere colori diversi. Consegnate coppie diverse di figure ad ogni alunno: mentre il quadrato avrà le stesse dimensioni per tutti, il rettangolo, pur essendo sempre isoperimetrico rispetto al quadrato, presenterà dimensioni diverse.

Assieme alla coppia di figure, consegnate ai ragazzi anche un foglio di carta non quadrettato, completamente bianco, e invitateli a rispondere, per scritto e individualmente, alla seguente domanda: *Secondo te, quale delle due figure è più grande?*
Una parte degli alunni si orienterà verso la misura del perimetro e, verificata l'uguaglianza dei perimetri, concluderà che le due figure sono di uguale grandezza.

Una parte degli alunni proverà a sovrapporle, verificando, a seguito della sovrapposizione, che una delle due figure risulta più grande "*perché non viene completamente ricoperta dalla carta che forma l'altra figura neanche se ritaglio il pezzo che sporge e lo sovrappongo di nuovo*".
Una figura è più grande dell'altra perché "*c'è più carta*".



2. Fate leggere alcune risposte e discutetele collettivamente.

La socializzazione delle elaborazioni individuali e la discussione collettiva in merito ad esse consentiranno di chiarire a tutti gli alunni che non serve calcolare il perimetro per stabilire se una figura è più grande di un'altra. Il perimetro, infatti, è la misura del *contorno* della figura che è altra cosa rispetto alla sua *estensione,* allo *spazio* che essa occupa, alla sua *superficie*. Sarà opportuno che sia l'insegnante ad introdurre questo termine, se i bambini non lo faranno spontaneamente; l'espressione *spazio interno*, indubbiamente più frequente nel lessico degli alunni, contiene, infatti, un'ambiguità di significato che può risultare inopportuna. Con l'espressione *spazio interno* si indica, infatti, anche lo spazio interno di un recipiente e quindi di figure geometriche tridimensionali. In quest'ultimo caso l'espressione *spazio interno* è sinonimo di volume e non di superficie. Sarà necessario far riflettere i bambini, fin da ora, sull'ambiguità di quest'espressione orientandoli ad usare il termine *superficie* per indicare l'estensione di figure geometriche piane.

3. Si arriverà a concludere che per confrontare la grandezza di due figure geometriche devo necessariamente sovrapporle e risulterà più grande, cioè più estesa, la figura la cui superficie non risulta completamente *ricoperta* dalla superficie dell'altra figura.

4. Elaborate a questo punto una scheda di sintesi del lavoro svolto per fissare le scoperte fatte dagli alunni in questo primo segmento del percorso.

Facciamo il punto

Cosa significa dire che una figura è più grande di un'altra?

- non basta che una figura sia o più alta o più larga: dobbiamo confrontare sia la larghezza che la lunghezza;
- la figura più grande ha una superficie maggiore;
- se sono fatte di cartoncino, la più grande è quella in cui si è usata più carta.

Come possiamo fare per sapere con sicurezza se una figura è più grande di un'altra?

- quando una figura sta completamente sopra ad un'altra possiamo subito capire quale è la più grande;
- lavorare ad occhio, invece, non è sempre un buon sistema: è difficile stimare gli "avanzi";
- tagliare e sovrapporre ci permette di vedere quale, tra due figure, ha sicuramente una superficie maggiore;
- Misurare la lunghezza dei lati e calcolare il perimetro non serve per vedere se una figura è più grande di un'altra: ci possono essere figure con lo stesso perimetro ma con una superficie diversa;
- se calcolo il perimetro conosco la misura del contorno ma non quella della superficie interna

5. I bambini hanno fino ad ora scoperto che tramite sovrapposizione è possibile valutare la maggiore o minore estensione della superficie di due figure geometriche piane. E' necessario, però, condurli a comprendere che sovrapporre *non è* misurare.

Sovrapponendo due figure posso stabilire quale delle due ha la superficie più estesa, ma non posso sapere *di quanto* sia più estesa, non sono cioè in grado di quantificare, di misurare.

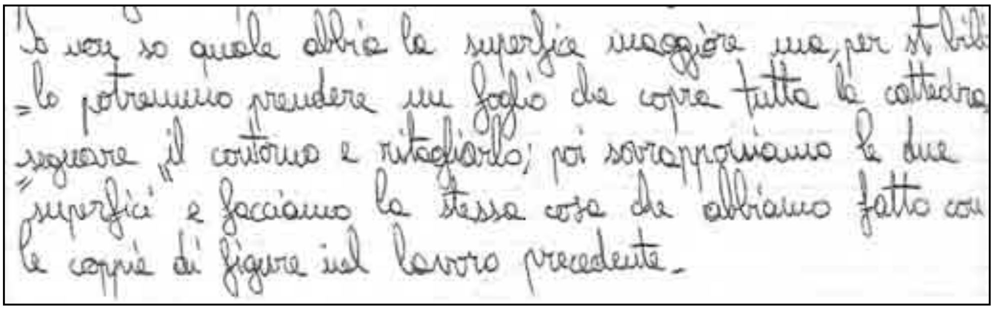
Per favorire nei ragazzi lo svilupparsi di questa consapevolezza è necessario porli di fronte ad un'altra situazione-problema che escluda la possibilità di riferirsi alla sovrapposizione.

Ponete, quindi, un nuovo quesito: *Sarà più estesa la superficie della porta d'ingresso dell'aula o la superficie del piano della cattedra? Come faresti per verificarlo con sicurezza?Fai delle ipotesi…*

Questa volta il quesito richiede di confrontare due superfici non facilmente sovrapponibili e obbliga i ragazzi a ricercare soluzioni che possano andare oltre la sovrapposizione.

In genere, le soluzioni individuate possono essere suddivise in due gruppi:

1) ci sarà chi si riferirà, comunque, alla sovrapposizione dei due piani ipotizzando di poter togliere la porta dai suoi cardini per sovrapporla direttamente al piano della cattedra o chi proporrà di costruire dei modelli di carta della porta e del piano della cattedra per sovrapporli anche mediante operazioni di ritaglio;


Io non so quale abbia la superficie maggiore ma, per stabilirlo potremmo prendere un foglio che copre tutta la cattedra, segnare il contorno e ritagliarlo; poi sovrapponiamo le due superfici e facciamo la stessa cosa che abbiamo fatto con le coppie di figure nel lavoro precedente.

2) ci sarà, invece, chi ipotizzerà una soluzione diversa riferendosi ad una unità di misura arbitraria: quaderni, scatole, figurine, rettangoli o quadrati di carta opportunamente costruiti. La discussione collettiva, mirata ad analizzare le diverse soluzioni prospettate individualmente dagli alunni, li condurrà ad esplicitare la considerazione che la sovrapposizione dei due piani mediante l'uso di modelli di carta ci consentirebbe di confrontare le due superfici individuando la superficie più estesa, ma il riferimento ad una unità di misura ci permette di andare oltre il confronto quantificando la misura delle due superfici.

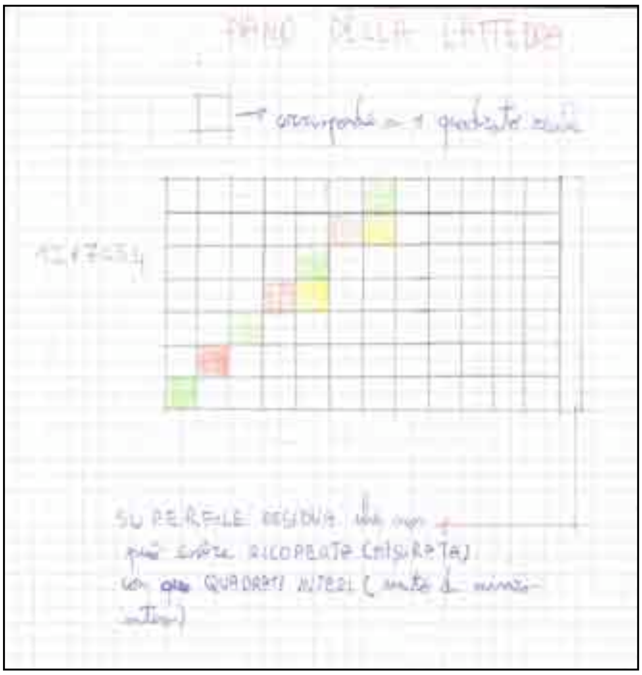
E' necessario, quindi, orientarsi verso la scelta dell'unità di misura più opportuna.

6. Discutete collettivamente la scelta dell'unità di misura. Non tutte le unità di misura prospettate dagli alunni sono ugualmente efficaci: non lo sono le scatole per la difficoltà di individuare tante scatole tutte uguali con cui ricoprire le due superfici; non lo sono i quaderni che è difficile attaccare alla porta d'ingresso. È forse meglio orientarsi verso quadrati o rettangoli di carta adeguatamente costruiti.

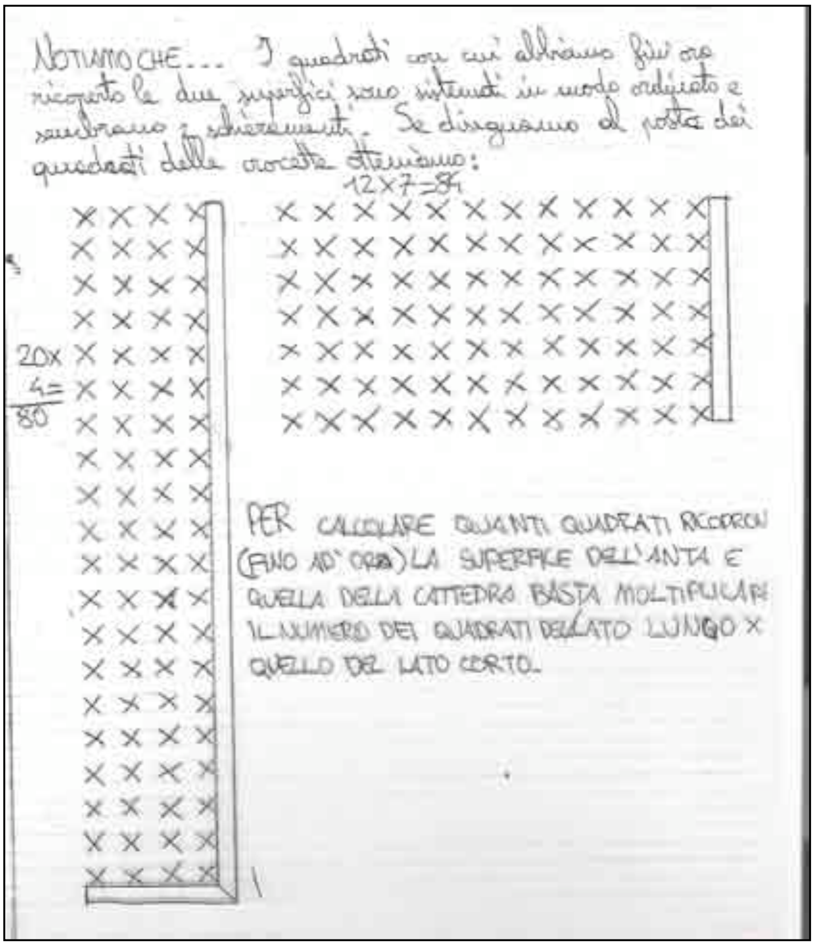
Tutti gli alunni danno ormai per scontata la necessità di riferirsi ad un'unica unità di misura valida per tutta la classe; i percorsi operativi con cui, infatti, si sono costruite le unità di misura delle lunghezze e del peso li hanno

resi consapevoli che il riferimento ad unità di misura diverse crea solo confusione e non consente di arrivare a misurazioni confrontabili.
Ci sarà anche chi porrà degli interrogativi sul riferimento ad unità di misura arbitrarie conoscendo bene la loro limitatezza per averle costruite ed usate sempre in relazione alle unità di misura di peso e di lunghezza e proporrà il riferimento immediato alle unità di misura convenzionali.
Sarà l'insegnante a valutare se introdurre fin da subito le unità di misura convenzionali (in questo caso il dm^2) o se procedere inizialmente alla scelta di un'unità di misura convenzionale.
Tuttavia l'uso dell'unità di misura convenzionale sarà limitato ad una sola misurazione dei due piani, per poi passare rapidamente all'introduzione del dm^2.

7. Fate costruire ad ogni bambino il proprio (o i propri) dm^2 di cartoncino per poi procedere a ricoprire con esso le due superfici. Può essere necessario ricoprire interamente i due piani con i dm^2 costruiti dai ragazzi per consentire loro di comprendere che misurare l'estensione di una superficie significa ripetere l'unità di misura a cui ci riferiamo tante volte quante è necessario per ricoprire l'intera regione da misurare e, poi, contare *quante volte* quell'unità di misura è stata ripetuta. Si dirà, infatti, *il piano della cattedra misura n dm²*, ecc.



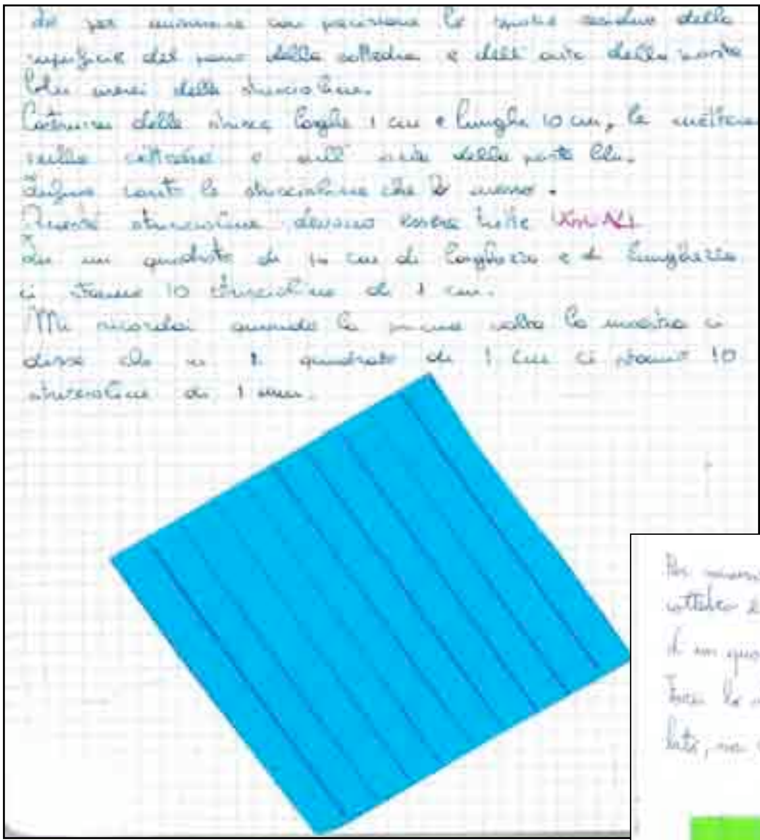
8. Nel misurare la superficie del piano della cattedra e del piano della porta alcuni alunni eviteranno di contare i dm² ad uno ad uno, ma conteranno il numero dei dm² disposti su una riga e li moltiplicheranno per il numero dei dm² disposti su una colonna, dando prova di aver riconosciuto nella disposizione dei dm² sul piano della cattedra e sul piano della porta uno *schieramento,* ossia la rappresentazione grafica della moltiplicazione. E' importante socializzare questo riferimento proposto da alcuni alunni per consentire a tutti di recuperare, in questo contesto, quello schema di rappresentazione.

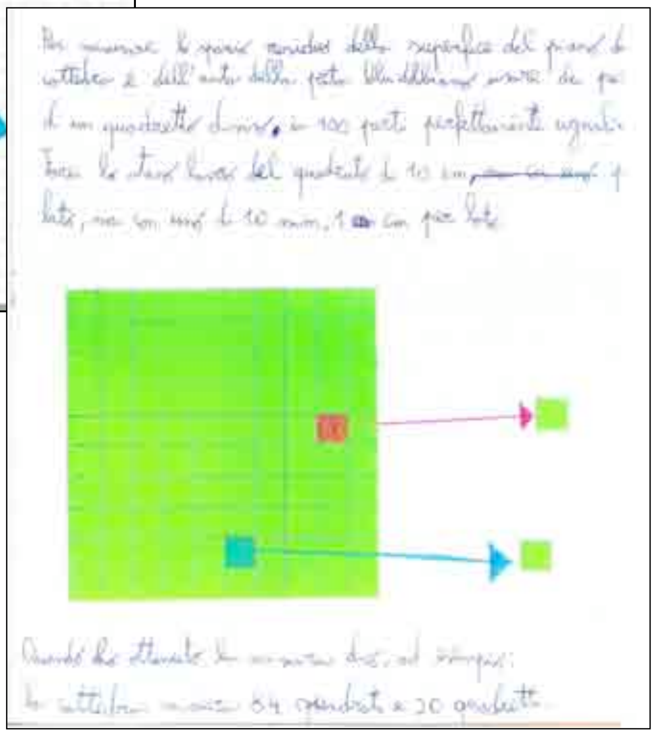


9. Può capitare (e forse è il caso di scegliere le superfici da misurare in modo che si verifichi questa necessità) che il dm² non consenta di misurare con precisione una o entrambi le superfici messe a confronto (in questo caso il piano della cattedra e la porta di ingresso), dal momento che rimane una parte di superficie residua per misurare la quale il dm² è troppo *grande,* troppo *esteso*.

10. Il verificarsi di questa situazione risulta particolarmente efficace dal punto di vista didattico per permettere ai bambini di confrontarsi con la necessità di ipotizzare e costruire i sottomultipli del dm². Ponete agli alunni la seguente domanda: *Come faresti per misurare con precisione la superficie residua del piano della cattedra e della porta di ingresso?*

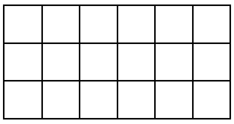
Le risposte dei bambini saranno diverse, ma si orienteranno tutte alla suddivisione del dm² in parti uguali, arrivando ad ipotizzare anche la suddivisione in 100 parti uguali, cioè in 100 piccoli quadrati di 1 cm di lato e quindi alla scoperta del cm². Ora siamo in grado di esprimere la misura delle due superfici in dm² e cm² di individuare quale delle due è la più estesa e di quantificare di quanto lo è. Esplicitate che la *misura* di una superficie si chiama *AREA*.



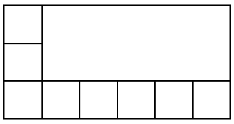


11. Chiedete ai bambini di misurare l'area di una nuova superficie rettangolare avendo cura di indicare un oggetto che sia misurabile con precisione facendo riferimento soltanto ai dm² (ad es. l'area di una piastrella del pavimento se questa ha forma rettangolare o quadrata…). Orientiamoci, cioè, verso la proposta di soluzione di un problema molto semplice per consentire ai bambini di concentrarsi sulle modalità più opportune con cui procedere.

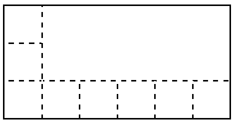
Facciamo la seguente richiesta individuale: *Calcola l'area di una piastrella del pavimento e spiega per scritto come hai lavorato.* Supponiamo che la piastrella del pavimento abbia la forma di un rettangolo, si possono verificare due interessanti modalità esecutive da parte degli alunni. Ci sarà chi procederà a coprire tutta la superficie della piastrella con i dm² già costruiti per poi contarli e verificare che servono 18 dm² per coprire tutta la superficie, cioè 1800 cm²

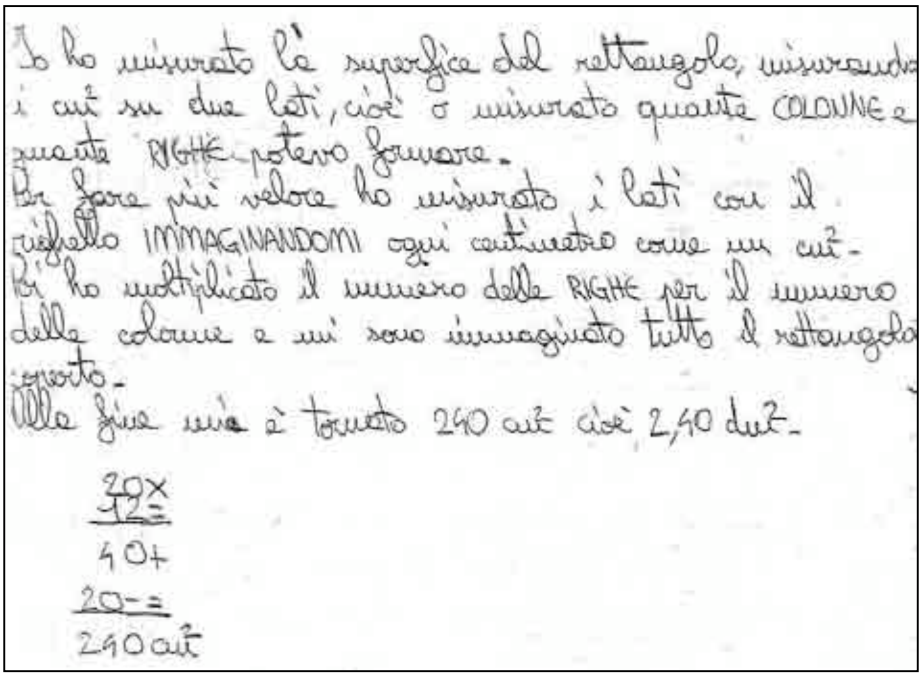


Ci sarà chi si limiterà a coprire con i dm² soltanto una delle righe e una delle colonne esterne, per poi moltiplicare il numero dei dm² della riga e il numero dm² della colonna: 6×3 = 18 dm², cioè 1800 cm².



12. Proponete ora il calcolo dell'area di figure geometriche rettangolari opportunamente disegnate dall'insegnante su copia fotostatica e costruite in modo tale da doversi prevalentemente riferire al cm² come misura di riferimento. Man mano che il lavoro procede alcuni alunni cominceranno ad acquisire la consapevolezza che non è necessario disegnare per intero i cm² disposto lungo le due dimensioni del rettangolo. Si possono semplicemente rilevare con il righello le misure di due lati consecutivi del rettangolo e <u>*immaginare*</u> *di disegnare su ogni cm riportato sui lati un cm²* e quindi moltiplicare le due dimensioni del rettangolo *pensando di moltiplicare il numero dei cm² immaginati sul lato lungo e il numero dei cm² immaginati sul lato corto*, per ottenere il numero di cm² che esprime la misura della superficie del rettangolo. I bambini rendono graficamente il ragionamento sopra riportato con la seguente immagine, nella quale i quadretti rappresentano i cm²:



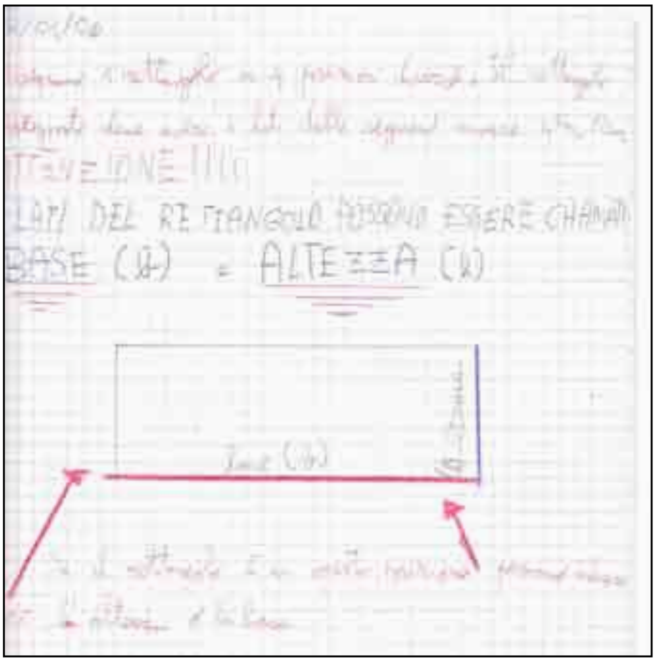


Io ho misurato la superfice del rettangolo, misurando i cm² su due lati, cioè o misurato quante COLONNE e quante RIGHE potevo formare.
Per fare più veloce ho misurato i lati con il righello IMMAGINANDOMI ogni centimetro come un cm².
Poi ho moltiplicato il numero delle RIGHE per il numero delle colonne e mi sono immaginato tutto il rettangolo coperto.
Alla fine mi è tornato 240 cm cioè 2,40 dm².

20×
12=
40+
20-=
240 cm

13. I ragazzi sono così arrivati a scoprire che per calcolare l'area di un rettangolo basta moltiplicare fra loro le sue dimensioni. L'introduzione della formula A = b x h, che è un passaggio ad un livello di astrazione importante, va sostenuta con opportuni accorgimenti didattici. Innanzitutto bisogna arrivare al linguaggio simbolico solo dopo essere passati dalla consapevolezza che esso è una forma abbreviata di linguaggio (si utilizzerà prima la "frase" *area uguale base per altezza*). È altrettanto necessario che i bambini abbiano chiaro a che cosa ci riferiamo quando usiamo i termini *base* e *altezza*. E' importante evitare di costruire loro l'immagine mentale che associa al termine base il lato posto in posizione orizzontale e al termine altezza il lato posto in verticale. Questa fissità crea, infatti, serie difficoltà quando si devono individuare la base e l'altezza in un rettangolo posto in una posizione qualunque.

14. Proponete quindi attività di disegno del rettangolo e del quadrato utilizzando fogli non quadrettati e chiedendo di disegnare le figure di dimensioni diverse e orientate diversamente nel foglio. L'attività prevede l'uso del righello associato ad una squadra: il righello viene usato per tracciare un lato e la squadra, appoggiata su di esso, serve per tracciare un primo lato perpendicolare e, successivamente, facendola scorrere sul righello, servirà per tracciare il secondo lato perpendicolare. L'attività del disegno su foglio non quadrettato serve sia per abituare all'uso di strumenti specifici che a rinforzare la necessità di costruire figure con determinate caratteristiche (in questo caso il parallelismo dei lati opposti e la perpendicolarità di quelli contigui). In ogni figura i bambini dovranno indicare sia una base che un'altezza.



15. La consapevolezza dell'importanza dell'uso della formula per il calcolo dell'area di un rettangolo può essere inoltre sottolineata attraverso la seguente domanda: *Secondo te, è stato utile aver trovato la formula per il calcolo*

dell'area del rettangolo?. Ogni bambino risponde per iscritto. Leggete alcune risposte e socializzate le varie conclusioni.

Per ricordare!!!!!!!!!!!!!!

RETTANGOLO

I due lati diversi del RETTANGOLO si chiamano BASE (b) e ALTEZZA (h)

Per calcolare l'area del rettangolo possiamo, quindi, riferirci alla seguente FORMULA:

Area rettangolo = b x h

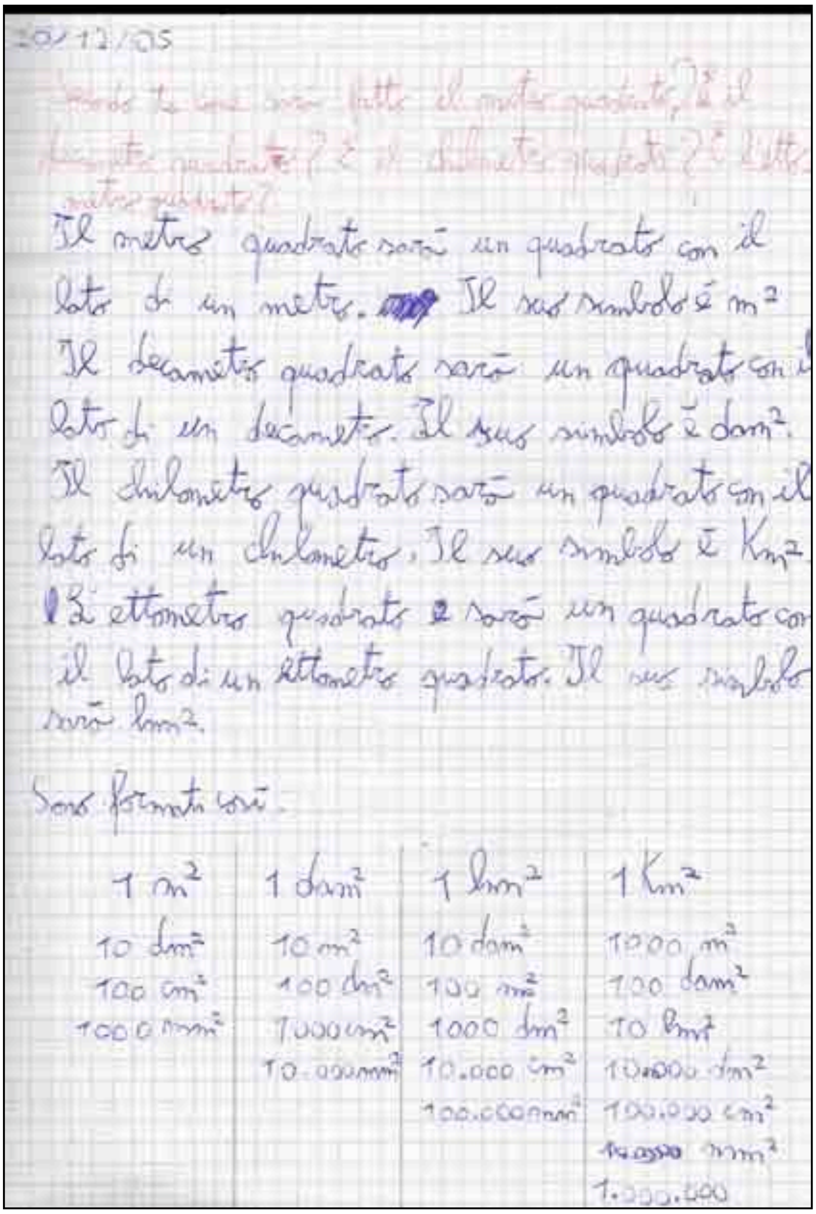
La maestra ci ha chiesto:

"Secondo voi è utile aver trovato la formula dell'area del rettangolo?"

Noi abbiamo risposto così:

Aver trovato la formula per calcolare l'area del rettangolo è utile perché la formula ci dice subito come fare e rende il lavoro più veloce.
La formula, però, è utile solo se conosciamo bene il suo significato cioè se sappiamo che cosa "nascondono" i suoi simboli.
La formula non ci sarebbe stata così utile se non avessimo svolto insieme tutto il percorso necessario per costruirla e capirla.

16. A questo punto è opportuno iniziare la sistemazione delle varie unità di misura in una scala di grandezze avendo sempre l'accortezza di permettere ai bambini, per quanto è possibile, la costruzione delle varie unità di misura. Chiedete ai bambini con che cosa sarebbe opportuno misurare una superficie molto estesa [es. il giardino della scuola, il campo sportivo]. Emergerà che sarà necessaria un'unità di misura più grande del decimetro quadrato: Chiedete individualmente: *Secondo te, come è fatto e cos'è il metro quadrato?* Confrontate le risposte e costruite, utilizzando i decimetri quadrati, un cartellone murale che rappresenti il metro quadro. I percorsi sulle unità di misura della lunghezza e del peso, realizzati rispettivamente in classe terza e quarta, dovrebbero permettere ai bambini di cogliere analogie in relazione alle scale delle unità di misura e ai relativi rapporti tra di esse. Per le unità di misura di superficie va però osservato (e poi ripreso in tutte le occasioni che lo consentano) che il rapporto tra due unità consecutive è di 1 a 100 (ogni misura è cioè la centesima parte di quella che la precede sulla scala o il suo multiplo x100 rispetto alla successiva).



20/12/05

Secondo te cosa sarà il metro quadrato? il decametro quadrato? il chilometro quadrato? l'ettometro quadrato?

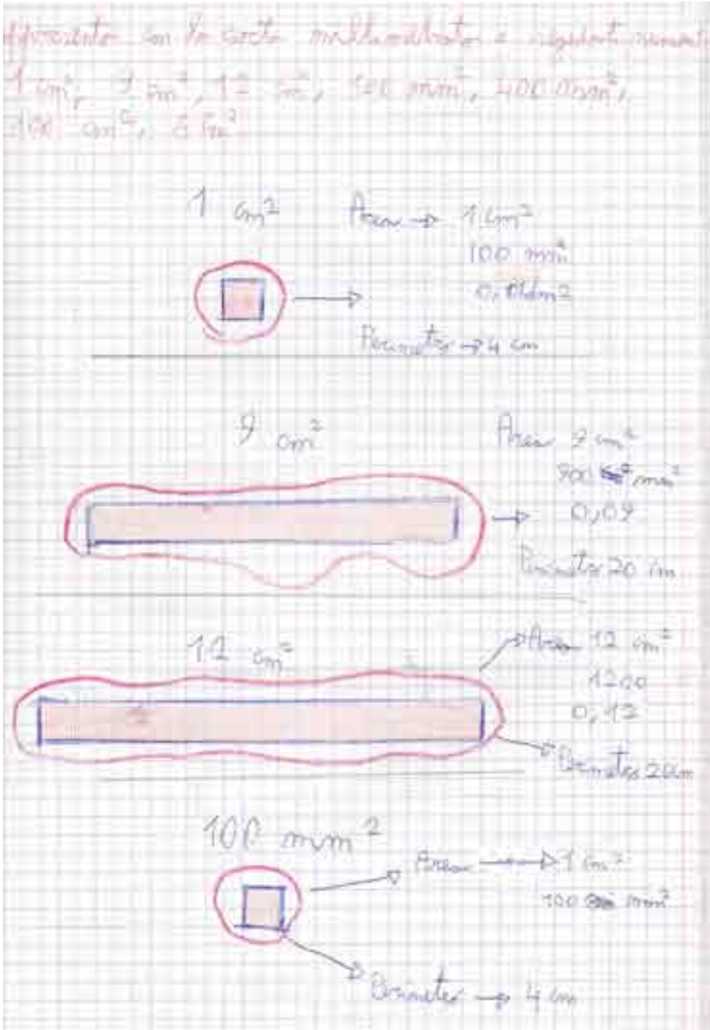
Il metro quadrato sarà un quadrato con il lato di un metro. Il suo simbolo è m²
Il decametro quadrato sarà un quadrato con il lato di un decametro. Il suo simbolo è dam².
Il chilometro quadrato sarà un quadrato con il lato di un chilometro. Il suo simbolo è Km².
L'ettometro quadrato sarà un quadrato con il lato di un ettometro quadrato. Il suo simbolo sarà hm².

Sono formati così:

1 m²	1 dam²	1 hm²	1 Km²
10 dm²	10 m²	10 dam²	1000 m²
100 cm²	100 dm²	100 m²	100 dam²
1000 mm²	1000 cm²	1000 dm²	10 hm²
	10.000 mm²	10.000 cm²	10.000 dm²
		100.000 mm²	100.000 cm²
			~~[illegible]~~ mm²
			1.000.000

17. Allo stesso modo chiedete che cos'è il decametro quadrato e, se esiste uno spazio appropriato, costruitelo utilizzando dello spago o tracciandolo con il gesso. Procedete all'introduzione della scala delle misure di grandezza di superficie.

18. Il lavoro va affiancato con esercizi che prevedono la trascrizione di una stessa misura utilizzando unità diverse (equivalenze) avendo la consapevolezza che tali esercizi devono essere limitati ai casi più semplici e, laddove è possibile, accompagnati da attività di visualizzazione delle stesse. La carta millimetrata rappresenta, in questo senso, un buon ausilio (anche se chiaramente può essere usata solo per i sottomultipli del metro).



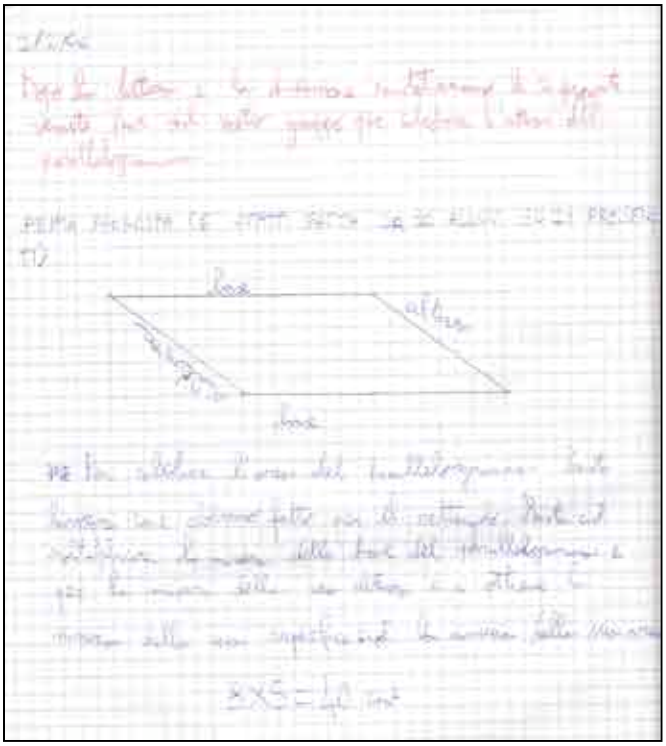
19. Per favorire un'efficace rappresentazione mentale delle varie misure di superficie chiedete ai bambini di calcolare l'area di luoghi da loro abitualmente frequentati (campo da calcio, da tennis, da pallavolo …..) e chiedete sempre di esprimere la loro misura utilizzando diverse unità di misura.

20. A questo punto proponete il calcolo dell'area di figure cha abbiano i lati espressi con una misura decimale (per esempio un rettangolo con i lati lunghi rispettivamente 3,5 cm e 12 cm). In questo modo si può giustificare l'introduzione della moltiplicazione con i numeri decimali: i bambini saranno invitati ad effettuare l'equivalenza in modo da ottenere un calcolo con numeri interi e, quindi, a riportare la misura nella marca iniziale attraverso una seconda equivalenza. Per l'esempio preso in considerazione, prima si trasformano i 3,5 cm in 35mm (moltiplicando cioè per 10), e i 12 cm in 120 mm (sempre moltiplicando per 10) quindi si esegue in colonna il calcolo 120 mm × 35mm → 4200 mm^2, poi si ritrasforma la misura dell'area in cm^2 ottenendo 42 cm^2.

21. Utilizzando la carta millimetrata proponete la rappresentazione in modi diversi di figure che abbiano la stessa superficie (es.: rappresenta due figure con la superficie di 12cm^2…) chiedendo sempre di calcolarne anche il

perimetro. In questo modo si introduce il concetto e la definizione di figure equiestese e, nello stesso tempo si lavora sul fatto che figure equiestese possono avere perimetri diversi.

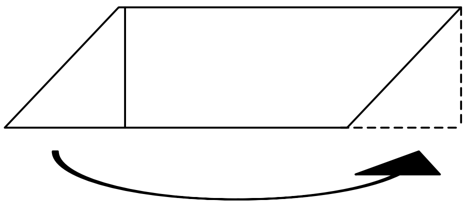
22. Calcolo della superficie di un parallelogramma: consegnate agli alunni la copia fotostatica di un parallelogramma disegnato su foglio non quadrettato. Fate in modo che le misure dei lati e dell'altezza siano rappresentati da numeri interi per facilitare i calcoli e chiedete agli alunni di rispondere individualmente per scritto alla seguente domanda: *Come faresti per calcolare l'area di questo parallelogramma? Calcola e spiega.*



23. Confrontate e socializzate le risposte e impostate il lavoro sull'analisi dei possibili errori fatti: quando abbiamo

lavorato sull'altezza del rettangolo ci siamo limitati ad un'attività di nomenclatura non facendo lavorare in modo esplicito i bambini sulla perpendicolarità delle base rispetto all'altezza. Chiaramente è un aspetto che viene indagato e affrontato in un percorso di geometria che si è svolto prima o che si svolge parallelamente a questo, e che prevede l'analisi delle caratteristiche delle principali figure geometriche, ma per gli alunni di questa età può risultare non facile fare delle inferenze da un percorso ad un altro. Ed è quindi molto probabile che ci siano alcuni di essi che calcolano l'area prendendo come riferimento le misure dei due lati contigui del parallelogramma. In questo caso fate disegnare agli alunni su foglio quadrettato un rettangolo e un parallelogramma con i lati della stessa lunghezza (le stesse utilizzate per il precedente parallelogramma) e chiedete: *Calcola l'area del rettangolo: quanto misura? Cosa noti delle due forme che abbiamo disegnato?* L'area del rettangolo risulterà uguale a quella calcolata in modo sbagliato del parallelogramma, ma la superficie del rettangolo risulta anche percettivamente più grande. Nel caso ci fossero dubbi fate ritagliare le due figure e fatene verificare la diversità di superficie per

sovrapposizione (effettuando anche gli opportuni ritagli). Il rettangolo è quindi più grande e perciò si deve dedurre che il calcolo dell'area del parallelogramma è sbagliato.
Alcuni bambini possono aver calcolato correttamente l'area 'immaginando di tagliare il parallelogramma e di trasformarlo in un rettangolo di uguale superficie.

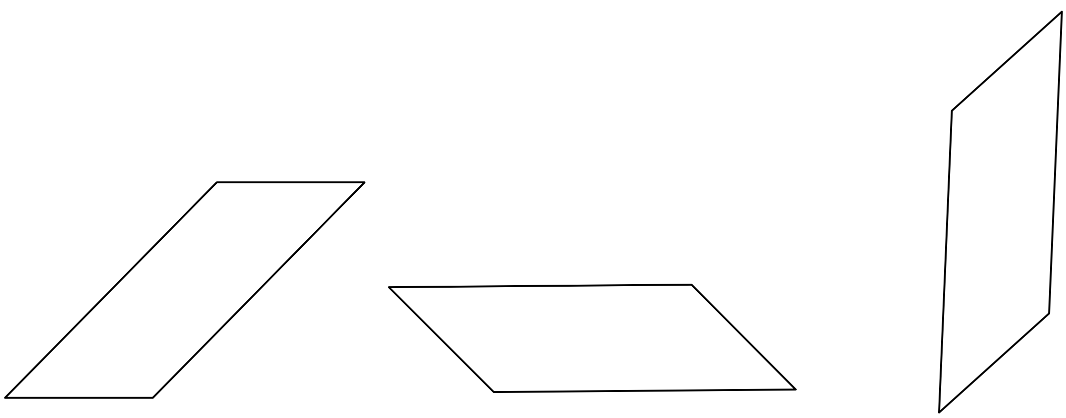


In tal caso socializzate il lavoro e quindi proponete di ripetere il calcolo dell'area di un altro parallelogramma utilizzando questa modalità, *trasformando* cioè il parallelogramma in un rettangolo.

24. Nel caso in cui nessun alunno abbia fatto l'operazione precedente fornite a ciascun di essi un altro parallelogramma chiedendo questa volta esplicitamente di cercare di fare opportuni tagli per trasformarlo in un rettangolo e quindi di calcolarne l'area utilizzando la formula A = b x h. Come nel caso precedente riproponete attività di calcolo dell'area di altri parallelogrammi.

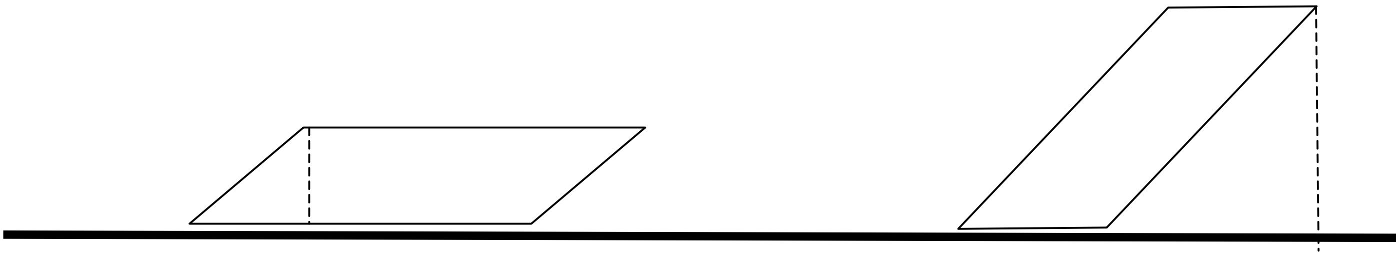
25. Diventa necessario adesso lavorare sul significato di *altezza*: fornite loro, su foglio *non quadrettato*, la fotocopia di un parallelogramma e chiedete: *Traccia l'altezza di questo parallelogramma. Spiega come hai lavorato*.

26. Spesso i bambini presentano risposte in cui prevale l'aspetto di *verticalità* dell'altezza, anche perché, nell'esperienza quotidiana, l'altezza è frequentemente associata alla verticalità (altezza di un bambino, di una casa, di un armadio, ecc.) e mostreranno difficoltà a tracciare o ad individuare l'altezza in figure orientate diversamente sul foglio.

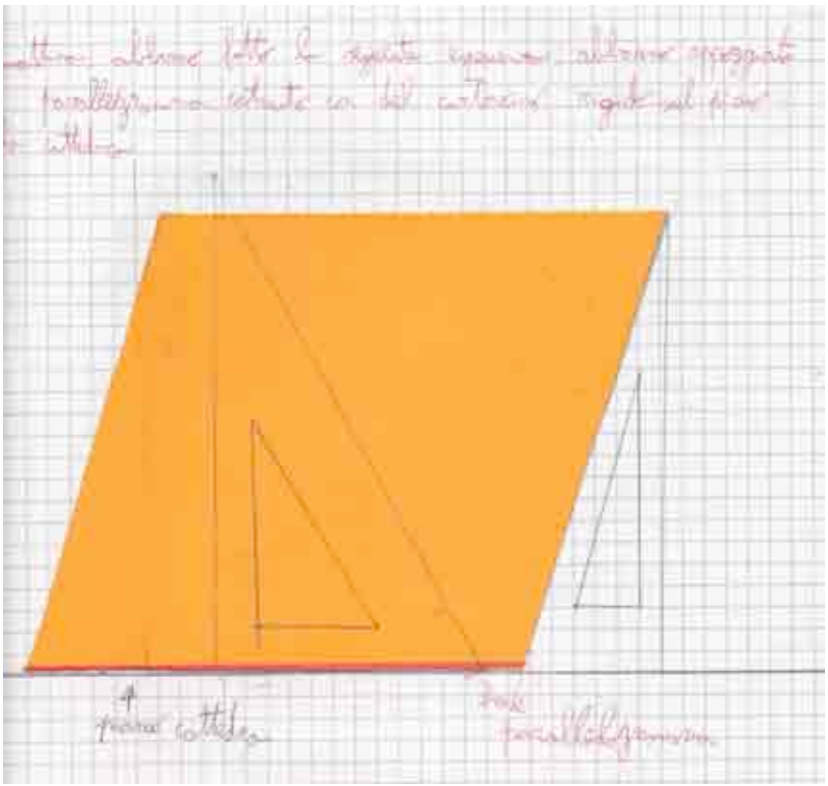


27. Socializzate i lavori individuali e, per mettere in evidenza la relazione di perpendicolarità, tra l'altezza e il lato su cui cade, costruite un modellino di parallelogramma con del cartoncino e appoggiatelo (in verticale) sul piano

della cattedra; discutete collettivamente con gli alunni su quale sia l'altezza del parallelogramma, ripetendo l'operazione appoggiando sul banco ciascun lato (cambiando la base cambia l'altezza).



28. Per visualizzare meglio l'altezza mettete un filo a piombo a lato del parallelogramma e chiedete ai bambini: *L'altezza (il filo a piombo) come cade sulla base?* La discussione collettiva dovrà mettere in evidenza che l'altezza cade perpendicolarmente (forma cioè angoli retti) sul lato opposto.
Registrate il lavoro sul quaderno individuale, descrivendo le fasi del lavoro e la conclusione cui si è arrivati.

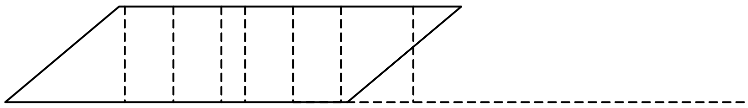


29. Riproponete la fotocopia di un parallelogramma su foglio non quadrettato e chiedete: *Ora sappiamo che l'altezza cade perpendicolarmente sulla base: come faresti a tracciare un'altezza di questo parallelogramma? Traccia e spiega*.

30. La socializzazione dei lavori individuali dovrà mettere in evidenza che, per tracciare l'altezza, devo disegnare una linea retta perpendicolare alla base e che per farlo devo usare uno strumento: la squadra o un modellino di angolo retto.

31. Proponete quindi una scheda con vari parallelogrammi orientati diversamente nello spazio e chiedete di tracciare per ognuno di essi le relative altezze.

32. Fornite una scheda riassuntiva con la seguente definizione di altezza in un parallelogramma: *L'altezza è un segmento che esce da un vertice e cade perpendicolarmente sul lato opposto. Ogni segmento che parta da un lato e cada perpendicolarmente su quello opposto rappresenta l'altezza.*



SCHEDA 10

Per RICORDARE

L' ALTEZZA

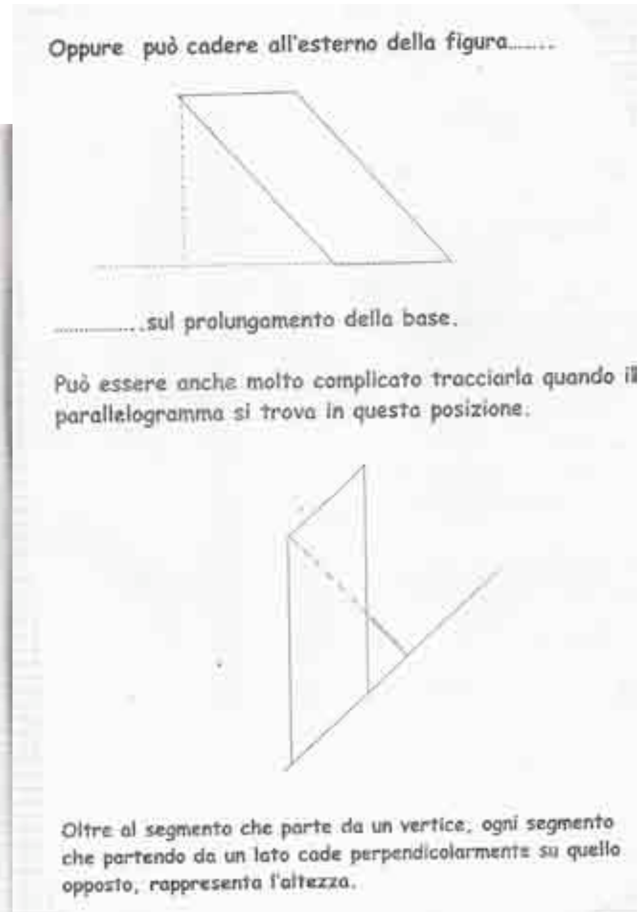
L'altezza nelle figure geometriche è un SEGMENTO che parte da un VERTICE e cade PERPENDICOLARMENTE sul lato opposto.

Ogni base ha la sua altezza, per tracciarlo correttamente dobbiamo usare la squadra e procedere così:

- Appoggiare un lato dell'angolo retto della squadra sulla base della figura
- Tracciare una linea retta (corrispondente all'altro lato dell'angolo retto della squadra) che cada perpendicolarmente sulla base della figura stessa

In una figura possono esserci più altezze a seconda del lato che si prende in considerazione come base.

Nel parallelogramma l'altezza può essere, questa



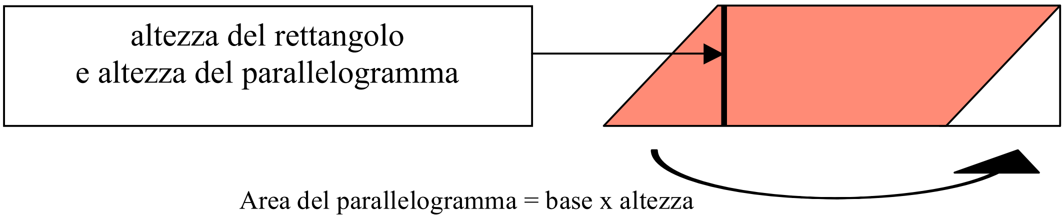
Oppure può cadere all'esterno della figura.......

..............sul prolungamento della base.

Può essere anche molto complicato tracciarla quando il parallelogramma si trova in questa posizione.

Oltre al segmento che parte da un vertice, ogni segmento che partendo da un lato cade perpendicolarmente su quello opposto, rappresenta l'altezza.

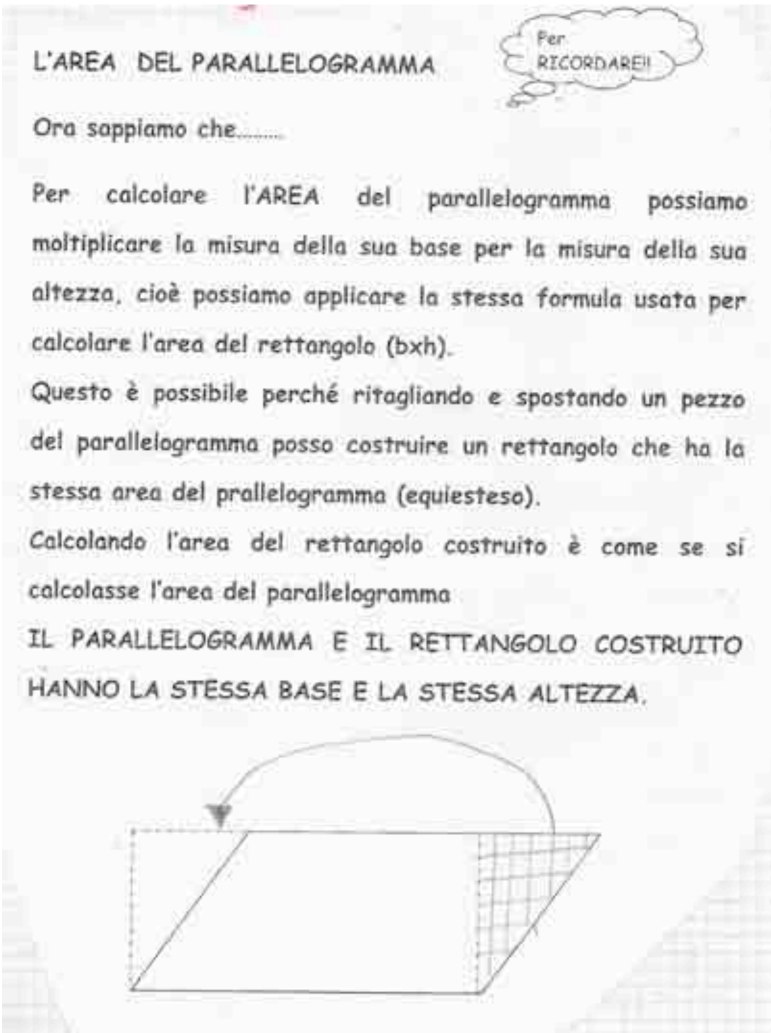
33. Ritornare al calcolo dell’area del parallelogramma e mettere in evidenza che l’altezza del rettangolo in cui trasformo il parallelogramma di partenza, rappresenta proprio la sua altezza e, quindi, per calcolare l’area del parallelogramma, posso usare la formula A = b x h.



Area del parallelogramma = base x altezza

A = b x h

34. Ritorniamo anche alle figure del quadrato e del rettangolo. In essi avevamo definito i loro lati uno base e l’altro altezza in modo convenzionale, senza però affrontare la questione di come si incontrano: riflettiamo adesso che, proprio perché i lati del rettangolo e del quadrato sono perpendicolari, ciascuno di essi rappresenta l’altezza relativa all’altro.



L'AREA DEL PARALLELOGRAMMA

Per RICORDARE!!

Ora sappiamo che........

Per calcolare l'AREA del parallelogramma possiamo moltiplicare la misura della sua base per la misura della sua altezza, cioè possiamo applicare la stessa formula usata per calcolare l'area del rettangolo (bxh).

Questo è possibile perché ritagliando e spostando un pezzo del parallelogramma posso costruire un rettangolo che ha la stessa area del prallelogramma (equiesteso).

Calcolando l'area del rettangolo costruito è come se si calcolasse l'area del parallelogramma

IL PARALLELOGRAMMA E IL RETTANGOLO COSTRUITO HANNO LA STESSA BASE E LA STESSA ALTEZZA.

35. Facciamo esercitare i bambini nell'uso della squadre e del righello per tracciare le altezze proponendo schede (su fogli non quadrettati) con varie figure geometriche orientate diversamente nello spazio.

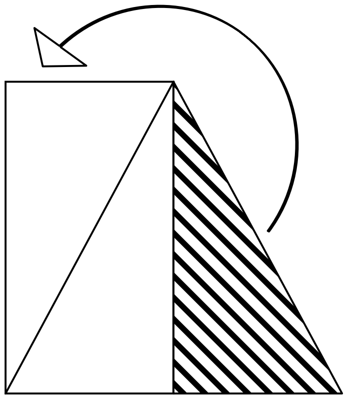
36. Il lavoro continua con la proposta di attività che intendono consentire ai bambini la problematizzazione del calcolo dell'area dei triangoli (da affrontare nella successione: isoscele, rettangolo e caso generale).

37. Consegnare a ciascun alunno un triangolo isoscele opportunamente ritagliato su cartoncino, avendo cura di costruirlo con dimensioni espresse in misure non decimali, e chiedere ai ragazzi di rispondere individualmente per scritto al seguente quesito: *Come faresti per calcolare l'area di questo triangolo? Disegna e scrivi.*

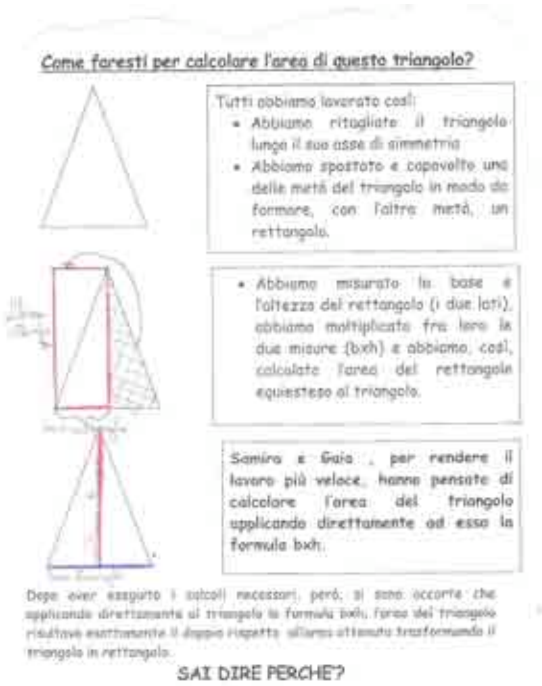
La maggior parte dei bambini seguirà la seguente procedura:

- ritagliare il triangolo lungo il suo asse di simmetria;
- spostare e capovolgere una delle metà del triangolo così ottenute, in modo da formare, con l'altra metà, un rettangolo;

- misurare la base e l’altezza del rettangolo (i due lati) e moltiplicare tra loro le due misure (base per altezza).

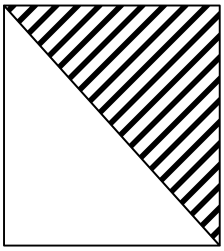


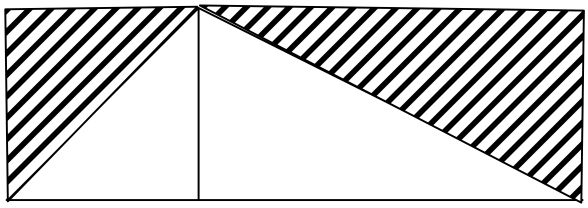
Ci sarà anche chi penserà di poter calcolare l’area del triangolo applicando direttamente ad esso la formula base x altezza, non avendo la piena consapevolezza che la base del rettangolo costruito tramite ritaglio è la metà di quella del triangolo di partenza.



La socializzazione dei lavori individuali farà emergere questo errore che, adeguatamente discusso e approfondito, può rappresentare una forte opportunità di comprendere come mai per calcolare l’area del triangolo devo moltiplicare la misura della sua base per la misura della sua l’altezza e quindi dividere il risultato per due. Ci si accorge, infatti, che, applicando direttamente al triangolo la formula base x altezza, l’area del triangolo risulta essere esattamente il doppio rispetto all’area ottenuta trasformando il triangolo in un rettangolo equiesteso.

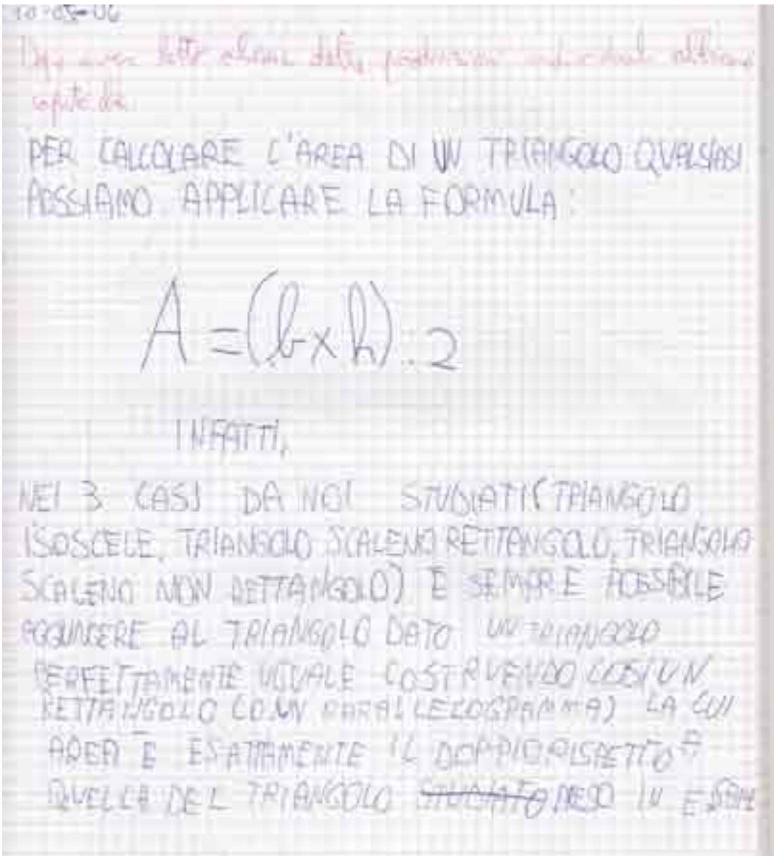
38. Procedere con le stesse modalità operative anche per il triangolo rettangolo e il triangolo scaleno. Questo permetterà ai ragazzi di individuare agevolmente la modalità necessaria per calcolare l'area delle figure: in entrambi i casi i bambini "trasformano", mediante opportune operazioni di ritaglio e di ricomposizione, il triangolo di partenza o in un rettangolo o in un parallelogramma che hanno o la stessa estensione o estensione doppia rispetto al triangolo. Dimostrano anche di aver acquisito la consapevolezza di quello che stanno facendo riuscendo a calcolare correttamente l'area del triangolo loro consegnato.





39. La discussione che segue la socializzazione dei lavori individuale servirà a far loro comprendere il significato della formula per il calcolo dell'area dei triangoli :

(base x altezza) : 2.



PER CALCOLARE L'AREA DI UN TRIANGOLO QUALSIASI POSSIAMO APPLICARE LA FORMULA:

$A = (b \times h) : 2$

INFATTI,

NEI 3 CASI DA NOI STUDIATI (TRIANGOLO ISOSCELE, TRIANGOLO SCALENO RETTANGOLO, TRIANGOLO SCALENO NON RETTANGOLO) È SEMPRE POSSIBILE AGGIUNGERE AL TRIANGOLO DATO UN TRIANGOLO PERFETTAMENTE UGUALE COSTRUENDO COSÌ UN RETTANGOLO (O UN PARALLELOGRAMMA) LA CUI AREA È ESATTAMENTE IL DOPPIO RISPETTO A QUELLA DEL TRIANGOLO ~~STUDIATO~~ PRESO IN ESAME